

# AMPLIACIÓN DE ESTRUCTURAS

Curso 2016/2017

(Código: 28806042)

## 1. PRESENTACIÓN

La dificultad para encontrar soluciones cerradas a las ecuaciones diferenciales que definen el comportamiento de los medios continuos y la aparición del ordenador, provocaron un espectacular desarrollo de los métodos de búsqueda de soluciones aproximadas, entre los que hay que destacar el Método de los Elementos Finitos (MEF).

Partiendo de un planteamiento general, aunque sin profundizar en el cuerpo matemático que sobre el tema se ha establecido con el tiempo, en esta asignatura se pretende abordar el M.E.F., tratándose exhaustivamente el elemento barra, lo que además sirve para introducir con suficiente detalle las principales ideas y pormenores del método.

Tras comprender el método y los detalles de su formulación general, aunque mediante su aplicación a un tipo estructural concreto, se presenta el MEF de forma general, como un procedimiento para obtener soluciones aproximadas de las ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Como ejemplo, se particulariza el planteamiento a problemas de campos y de elasticidad lineal. Además se aborda la aplicación del MEF al caso de placas, por su interés concreto como elemento estructural, y con objeto de poner de manifiesto, por ejemplo, la dificultad que en placas delgadas supone satisfacer la exigencia de la continuidad entre elementos o el bloqueo de la solución en el caso de placas gruesas.

## 2. CONTEXTUALIZACIÓN

En esta asignatura se estudia la metodología de cálculo estructural más actual, generalizada y utilizada en muchas ramas de la ingeniería. Se aborda la aplicación del método en elasticidad y diversas tipologías estructurales, algunas como las placas que no suelen estudiarse en un curso básico de Análisis de Estructuras, pero también se realiza un planteamiento general del método con aplicaciones a problemas de potencial.

Para su adecuado seguimiento es necesario poseer un sólido conocimiento de las materias básicas de un grado en ingeniería, y fundamentalmente de Teoría de Estructuras, ya que se hace un planteamiento inicial aplicado al cálculo estructural. El contenido permite conocer los fundamentos de los programas que actualmente se utilizan para el análisis estructural en todas las empresas de un amplio abanico de sectores, como el aeronáutico, del automóvil, mecánico en general o de construcción. Pero incluso, al tratarse también los aspectos más matemáticos del método, no habrá muchas dificultades para asimilar fácilmente su aplicación a problemas de otras disciplinas como electricidad, termodinámica, fluidos, etc, cuya industria asociada también utiliza ampliamente este tipo de metodología.

## 3. REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES

Para afrontar el estudio de la asignatura es necesario partir de unos conocimientos adquiridos con anterioridad en otras disciplinas y que se concretan en diferentes asignaturas de Física, Mecánica, Matemáticas, Elasticidad y Resistencia de Materiales y fundamentalmente Análisis de Estructuras, materia que es imprescindible haber cursado para iniciar el estudio de la asignatura.

## 4. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Como resultado del aprendizaje, el alumno deberá conocer y manejar con absoluta soltura los conceptos básicos del Método de los Elementos Finitos y su aplicación a problemas asociados a diversas tipologías estructurales, así como a problemas caracterizados por otros tipos de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales, como por ejemplo las de Poisson, que se estudian explícitamente durante el curso. Debe pues ser capaz de realizar modelos estructurales que simulen de forma precisa el problema planteado, abordar su cálculo y, por último, hacer una interpretación crítica de los resultados obtenidos.

Al finalizar el curso, el alumno dispondrá de la base suficiente para comprender los elementos fundamentales de los grandes programas comerciales de cálculo estructural e incluso de propósito general, que actualmente tienen una amplia implantación en ingeniería.

## 5. CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

1. Introducción. Aproximación clásica.

1.1 Introducción.

1.2 Planteamiento del problema.

1.3 El Método Directo de Rigidez.

1.4 Formulación matricial.

2. Fundamentos: Formulaciones diferencial e integral. Aproximación. Elemento.

2.1 Introducción.

2.2 La ecuación de campo.

2.3 Formulación directa.

2.4 El Principio de los Trabajos Virtuales.

2.5 Formulación energética.

2.6 Equivalencia de las formulaciones.

2.7 Aproximación.

2.8 EL Método de Galerkin.

2.9 Funciones de pequeño soporte.

2.10 Idea de elemento. Funciones de forma.

2.11 Matriz de rigidez y vector de cargas global. Cálculo de desplazamientos.

2.12 Viga de Timoshenko.

3. Sistematización. Método Directo de Rigidez.

3.1 Introducción.

3.2 Sistemas de coordenadas.

3.3 Transformación de coordenadas. Rotación de ejes.

3.4 Ensamblaje de ecuaciones.

3.5 Imposición de las condiciones de contorno.

3.6 Cálculo de desplazamientos.

3.7 Cálculo de esfuerzos y reacciones.

4. Planteamiento general del MEF.

4.1 Introducción.

4.2 Planteamiento diferencial de un problema de valor en el contorno.

4.3 Planteamiento integral de un problema de valor en el contorno.

4.4 Idea de aproximación.

4.5 El Método de los Elementos Finitos.

4.6 Síntesis de las características globales. Aplicación de las condiciones de contorno esenciales.

4.7 Aplicación del MEF a problemas de elasticidad.

4.8 Problemas de campos en régimen permanente.

4.9 Convergencia.

5. Funciones de forma de Continuidad  $C_0$ . Elementos isoparamétricos.

5.1 Introducción.

5.2 Coordenadas naturales.

5.3 Familias de funciones de forma de continuidad  $C_0$ .

5.4 Transformaciones.

5.5 Elementos isoparamétricos. Integración numérica.

6. Placas delgadas según la teoría de Kirchhoff.

6.1 Introducción. Hipótesis de partida.

6.2 Planteamiento diferencial. Ecuación de campo. Definición de esfuerzos.

6.3 Planteamiento integral. Principio de los Trabajos Virtuales.

6.4 Discretización en elementos finitos.

6.5 Exigencia de continuidad  $C_1$ .

6.6 Elementos placa no conformes.

6.7 Elementos placa conformes.

7. Placas Gruesas. Teoría de Reissner-Mindlin.

7.1 Introducción.

7.2 Planteamiento diferencial. Definición de esfuerzos.

7.3 Planteamiento integral.

7.4 Discretización por elementos finitos.

7.5 Bloqueo de la solución.

7.6 Elementos triangulares.

## 6.EQUIPO DOCENTE

- [ANGEL MUELAS RODRIGUEZ](#)
- [EDUARDO SALETE CASINO](#)

## 7.METODOLOGÍA

La metodología a seguir se basa en el trabajo desarrollado por el alumno, no sólo con el aprendizaje de la parte teórica de cada capítulo, sino con la puesta en práctica de dicho conocimiento resolviendo los problemas y ejercicios asociados.

Es por ello que deberá llevarse en paralelo el avance en el aprendizaje de los contenidos teóricos y su puesta en práctica, mediante la resolución de ejercicios diseñados a tal efecto.

Una vez estudiado cada tema, se deben analizar los ejemplos resueltos así como realizar las Pruebas de Autoevaluación y las Pruebas de Evaluación a Distancia propuestas, si estas últimas se entregan en las fechas señaladas servirán como parte de la evaluación, y en cualquier caso, todos los alumnos podrán ver a posteriori las soluciones, que se proporcionarán en el aula virtual en fechas señaladas.

## 8.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Comentarios y anexos:

- ÁLVAREZ CABAL, R., BENITO MUÑOZ, J.J., UREÑA PRIETO, F., SALETE CASINO, E., ARANDA ORTEGA, E., Introducción al Método de los Elementos Finitos, Colección Máster, UNED. ISBN: 978-84-3626887-4. 2014.

Está publicada una versión en inglés del texto con ISBN: 978-84-3626888-1

## 9.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Comentarios y anexos:

ALARCÓN, E., ALVAREZ, R. y GÓMEZ LERA, M.a S. *Cálculo Matricial de Estructuras*, Reverte, 1986. BATHE, K. J., *Finite element procedures*, Prentice Hall, 1996.

BATE, K. J., *Finite element procedures*. Prentice-Hill, 1996.

BECKER E.B., CAREY G.F., ODEN J.T., *Finite elements. An introduction* (vol. I). Prentice-Hall, 1981.

DOBLARÉ, M. GRACIA, L. *Análisis lineal de estructuras. El método de los elementos finitos* (Vol. I). Dpto.Ingeniería Mecánica. Universidad de Zaragoza. 1997.

HINTON, E. y OWEN, D. R.: *An introduction to finite element computations*. Pineridge Press, 1979.

HUGHES, T. V. R.: *Finite element method*. Prentice Hall, 1987.

OÑATE, E., *Cálculo de estructuras por el Método de Elementos Finitos. Análisis elástico lineal*, C.I.M.N.E., 1995.

PILKEY, W. D., WUNDERLICH, W., *Mechanics of Structures variational and computational methods*, CRC Press Inc., 1994. REDDY, J. N. *Applied functional analysis and variational methods in engineering*. McGraw-Hill, 1986.

TIMOSHENKO, S. P., WOINOWSKY,-KRIEGER, S.: *Teoría de placas y láminas*, Urmo, 1976.

ZIENKIEWICZ, O. C. y TAYLOR, R. C.: *El método de los elementos finitos*. (vols. 1 y 2) (5.a edición), 2004.

Nota. Esta bibliografía debe entenderse como de consulta y únicamente en algún caso como alternativa. El alumno deberá ponerse en contacto con el equipo docente de la asignatura antes de su utilización.

## 10.RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

Como complemento al apoyo, se dispone de una plataforma virtual en la que se publicará documentación complementaria de apoyo como la siguiente:

- Pruebas de autoevaluación: Ejercicios y problemas resueltos.
- Pruebas de evaluación a distancia.
- Novedades en bibliografía complementaria.
- Programas de Cálculo por elementos finitos ELFIN, E.T.S.I.I., UNED.

## 11.TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

Las tutorías de la asignatura serán:

Lunes, de 16:30 a 20:30 h.

Tels.: 91 398 64 57 / 43

Independientemente de estas tutorías se mantendrá el contacto mediante la plataforma virtual de la asignatura.

## 12.EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

Para la evaluación del aprendizaje, el planteamiento que se realiza en esta asignatura es el siguiente:

Nota Final=0.2 Nota PED + 0.8 Nota PP

### PRUEBAS DE EVALUACIÓN A DISTANCIA

Estas pruebas estarán formadas por problemas y cualquier recomendación adicional será enviada junto con ellas.

El alumno encontrará estas pruebas en la plataforma virtual de la asignatura.

### PRUEBAS PERSONALES

Las pruebas personales consistirán fundamentalmente de problemas, pudiéndose en algún caso complementar con alguna cuestión teórica o ejercicio de aplicación directa de la teoría y siempre será preciso justificar adecuadamente los resultados obtenidos.

Se indicará en el propio examen la valoración de cada problema o cuestión y será necesario para aprobar, alcanzar en cada uno de ellos un mínimo del 30 % de la puntuación asignada.

Durante la realización de estas pruebas no se podrán utilizar libros o apuntes, sino únicamente material de dibujo y calculadora de cualquier tipo (solamente para realizar cálculos matemáticos como por ejemplo operaciones con matrices, estando totalmente prohibido el uso de programas de cálculo de estructuras).

### 13. COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.

### 14. Curriculum Equipo Docente

- D. Juan José Benito Muñoz (Catedrático de Universidad)

Es Dr. Ingeniero Industrial y Catedrático de Universidad en el Área de Mecánica de Medios Continuos y Teoría de Estructuras desde 1998, desarrollando su actividad en el Departamento de Ingeniería de Construcción y Fabricación de la U.N.E.D. desde 1982 y del que actualmente es Director. Ha sido coordinador de los programas de Doctorado "Ingeniería de Construcción y Producción" y "Cálculo Dinámico e Ingeniería Sísmica" este último en colaboración con la E.T.S.I.I. de la UPM, así como Director del Programa de Estudios de la Escuela de la Edificación y otros Cursos de Experto, Especialista y Master (Tª y Aplicación Práctica del MEF y Simulación) participando, además de los citados programas de Doctorado, en los de Matemática Aplicada y en los Postgrados: Máster en Ingeniería Sísmica: Dinámica de suelos y estructuras (UPM), Máster en Investigación en Tecnologías Industriales (UNED), Máster en Ciencia y Tecnología de Polímeros (UNED) así como en numerosos cursos de postgrado como ponente. Anteriormente ha sido Subdirector 1º de Investigación y Doctorado en la E.T.S. de Ingenieros Industriales de dicha Universidad (1988-1995), Presidente de la Comisión de Investigación del Claustro de la UNED (2000 y 2001) y Vicerrector de Centros Asociados de la UNED (2001-2005).

Su labor investigadora le ha hecho participar en numerosos proyectos de investigación subvencionados tanto por entidades públicas (CICYT, INI, Junta de Comunidades de C-LM..) como privadas (Inypsa, Ingeciber.sa,..), dando lugar a numerosas publicaciones (I+D Initec, Consejo de Seguridad Nuclear..) , artículos en revistas nacionales (Hormigón y Acero, Cuadernos de Intemac,..) e internacionales (European Journal of Mechanics, Communications in Numerical Methods in Engineering, Applied Mathematical Modeling, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, International Journal in Computational Engineering Science, Soil Dynamics and Earthquake Engineering, Revista Internacional de Métodos Numéricos para el Cálculo y Diseño en Ingeniería, Computational Methods in Engineering Science and Mechanics, Computer and Structures, Int. Jour. of Computer Mathematics, Jour. of Computational and Applied Mathematics...), libros y comunicaciones a congresos. Ha dirigido numerosos Proyectos Fin de Carrera y Tesis Doctorales. Es miembro, entre otras, del Eccomas, iacm, Semni, de los grupos de trabajo 2 y 6 de la European Concerted Action Project C1 "Semi-rigid behaviour", ponente del Código Técnico de la Edificación, SeMA (Sociedad Española de Matemática Aplicada), WSEAS (working group on pure and Applied Mathematics), Engineering Analysis with Boundary Elements, etc.

Es evaluador de varias agencias oficiales como la ANEP (Agencia Nacional de Evaluación y Prospectiva) o la ACU (Agencia para la Calidad del Sistema Universitario de C y L) y ha revisado publicaciones de la Real Academia de Ingeniería, Int. Jour. for Numerical Methods in Fluids, Computer Modeling in Engineering and Sciences, Journal of Computational and Applied Mathematics, Computer Methods in Applied Mathematics and Engineering, Int. Jour. of Computer Mathematics, etc.

Asimismo, ha desarrollado una intensa actividad en la realización de proyectos de ingeniería, asesoría, auditoría.., con empresas como Initecsa, Auxini, Heymo, FCC, Made, Inypsa, etc., u organismos públicos como el Consejo de Seguridad Nuclear, fundamentalmente en temas de ingeniería mecánica, sísmica y obra civil.

- D. Eduardo Salete Casino (Profesor Asociado)

Es Dr. Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos y Profesor Asociado de Universidad desde el año 2000 en la Universidad Politécnica de Madrid y posteriormente en la U.N.E.D. (desde 2009), actividad que combina con la realización de proyectos, asesoría y simulación en el campo de la ingeniería civil estructural, hidráulica y sísmica en la empresa privada. Participa en varios proyectos de investigación que dan lugar a publicaciones nacionales e internacionales, y actualmente ostenta el cargo de Director del Departamento de Investigación y Desarrollo de la empresa Ingeciber, S.A.