

# FÍSICA MATEMÁTICA

Curso 2017/2018

(Código: 21153136)

## 1. PRESENTACIÓN

Breve presentación del Equipo Docente:

*Manuel Arias Zugasti*

Profesor Titular de Universidad con 3 sexesenios de investigación en Física Aplicada. Ha participado en 16 proyectos de investigación y ha publicado 27 artículos en revistas de investigación internacionales.

Su trabajo de investigación se centra en el desarrollo de métodos matemáticos para el estudio de procesos de transporte en fluidos multifásicos reactivos. En este sentido ha trabajado en el estudio de la combustión de gotas y burbujas, en la descripción de procesos de coagulación en aerosoles y en la descripción de la termodinámica de mezclas complejas, en colaboración con el HTCRES Laboratory del Chemical Engineering Department de la Universidad de Yale.

*José Carlos Antoranz Callejo*

Catedrático de universidad, con 6 sexenios de investigación en temas de física aplicada, particularmente a la medicina (área en la que ha obtenido su último sexenio). Ha dirigido 12 proyectos de investigación (de más de 40 en los que ha participado) así como 6 tesis doctorales. Es autor de más de 160 artículos publicados en revistas internacionales.

Actualmente se dedica a la investigación experimental de hemodinámica cardíaca, en colaboración con la Unidad de Medicina Experimental de HGUGM, y a la investigación matemática de protocolos de tratamiento del cáncer.

## 2. CONTEXTUALIZACIÓN

Las imágenes en medicina

El temario de la asignatura de Física Matemática que se imparte en el Máster en Física Médica está orientado a conocer las herramientas matemáticas que se emplean habitualmente en el análisis de todo tipo de imágenes de las distintas especialidades digitales de uso común en medicina.

La interacción de la energía (bien sea en forma de onda electromagnética, bien mecánica, etc...) con la materia viva genera una respuesta, también en forma de energía, que es recogida en un sensor y convertida en una serie de valores (una serie de números proporcionales a la intensidad de la señal registrada por el sensor), que mediante una reconstrucción inteligente de los mismos genera lo que se denomina una imagen médica.

La manipulación de estos números se realiza mediante operaciones matemáticas. Este curso está dedicado a dar los rudimentos básicos sobre la manipulación de imágenes digitales, ya que el análisis de imágenes digitales se ha convertido, en multitud de campos y especialmente en medicina, en una de las herramientas más usadas para obtener información.

El análisis de imágenes nos permite ver el entorno a distintas escalas espaciales, estudiar su evolución con distintas escalas temporales, y también nos permite concentrarnos en distintos aspectos empleando distintos rangos espectrales y utilizando diferentes energías de excitación. Por todo ello es difícil imaginar una herramienta de medida más versátil que las medidas basadas en imágenes, especialmente cuando éstas son digitales. En el campo de la medicina esta técnica tiene además la ventaja de ser, en muchos casos, no invasiva, lo cual es una gran ventaja respecto de otras técnicas tradicionales.

### 3. REQUISITOS PREVIOS RECOMENDABLES

Conocimientos básicos de álgebra lineal y análisis matemático

Aclaración sobre el primer tema del curso

El análisis de imágenes digitales se basa en conceptos matemáticos ciertamente avanzados, relacionados principalmente con análisis funcional. En este curso nos centraremos principalmente en dos herramientas básicas, el análisis de Fourier y el análisis de wavelets (ondículas u ondiñas), y posteriormente veremos una introducción a la transformada de Radon.

Para la aplicación, incluso a nivel meramente práctico, de estas herramientas matemáticas es necesario conocer, y saber utilizar con soltura, todas las técnicas de cálculo que suelen impartirse en los cursos básicos de álgebra y análisis matemático (funciones trigonométricas, exponenciales, logarítmicas, límites, series, derivadas, integrales, análisis de funciones de varias variables) e incluso algunos de los conceptos que se estudian en los cursos de variable compleja (álgebra de números complejos, funciones de variable compleja, ...).

En principio este máster de física médica está orientado a licenciados en carreras de ciencias, especialmente Física o Química y Medicina o Biología. En general, los alumnos que se incorporan a este máster desde una licenciatura en Física o en Química ya tienen esta base matemática, pero no los que acceden a estos estudios desde una licenciatura en Medicina. Por este motivo hemos incluido estas cuestiones básicas como el primer tema del curso.

### 4. RESULTADOS DE APRENDIZAJE

Conocer las Transformadas Integrales más habitualmente empleadas en el Análisis de Imágenes Digitales, concretamente análisis de Fourier, transformada wavelet y transformada de Radon (definiciones, propiedades, etc.).

Aplicar estos conceptos a casos prácticos en los que se emplean imágenes digitales para realizar medidas (SPECT, CT, PET y RMI).

### 5. CONTENIDOS DE LA ASIGNATURA

*Tema 1: Señales, imágenes y repaso de herramientas matemáticas básicas*

- Funciones de una variable (continuidad, diferenciabilidad)
- Funciones elementales (trigonométricas, exponenciales, logaritmos)
- Derivación e integración con una variable (cálculo de derivadas y primitivas, teorema fundamental del cálculo, integrales definidas, integrales impropias)
- Funciones escalares y vectoriales dependientes de varias variables (continuidad, diferenciabilidad)
- Derivación e integración en  $\mathbb{R}^2$  y  $\mathbb{R}^n$  (derivadas parciales, integrales múltiples, cálculo de longitudes, áreas, volúmenes)
- Operadores diferenciales básicos (gradiente, divergencia, rotacional, laplaciano)

- Teoremas de cálculo vectorial (Teorema de Green, Teorema de Stokes, Teorema de la divergencia)
- El plano complejo (álgebra elemental de números complejos, funciones de variable compleja)
- Señales y ondas en 1D y en 2D (ondas sinusoidales, amplitud, frecuencia, fase, representación compleja)
- Imágenes (imágenes digitales, ejemplos de fuentes de imágenes digitales de uso frecuente)
- Aplicaciones de conceptos de cálculo diferencial e integral en el tratamiento de imágenes digitales (operaciones con imágenes, promediados, filtrados)

### *Tema 2: Transformadas integrales, series de Fourier, transformadas de Fourier*

- Desarrollo en serie de Fourier de funciones periódicas en 1D (descomposición en suma de senos y cosenos)
- Transformada de Fourier en 1D (definición, propiedades, transformada inversa)
- Transformada de Fourier discreta en 1D (definición, propiedades, transformada inversa, teorema de muestreo, frecuencia de Nyquist)
- Transformada de Fourier en 2D (definición, propiedades, transformada inversa)
- Transformada de Fourier discreta en 2D (definición, propiedades, transformada inversa, transformada rápida de Fourier)
- Aplicaciones de la transformada de Fourier al tratamiento de imágenes digitales (operaciones con imágenes en el dominio de frecuencias, filtrado de frecuencias altas y bajas)
- Otras transformadas integrales en 1D (definiciones, ejemplos)

### *Tema 3: Transformada wavelet*

- Desarrollos multi-resolución (limitaciones del desarrollo de Fourier para el análisis de imágenes, secuencias piramidales, codificación sub-banda, transformada de Haar)
- Desarrollos en términos de wavelets en 1D (definiciones, propiedades, ejemplos)
- Transformada wavelet en 1D (transformada wavelet continua y discreta)
- Transformada wavelet rápida (definición, propiedades, implementación)
- Transformada wavelet en 2D (definiciones, propiedades, ejemplos, aplicaciones para el análisis de imágenes)

### *Tema 4: Transformada de Radon*

- Aplicaciones (tomografía computerizada, microscopía electrónica, resonancia magnética, etc...)
- Definición de la Transformada de Radon (definiciones, propiedades, ejemplos)
- Relación con otras transformadas (relación con la transformada de Fourier y con la de Hough, relación con otras transformadas integrales)

- Reconstrucción: inversión de la Transformada de Radon. Inversión por medio de la transformada de Fourier, teorema de corte-proyección, retroproyección filtrada, métodos iterativos.

## 6.EQUIPO DOCENTE

- [MANUEL ARIAS ZUGASTI](#)
- [JOSE CARLOS ANTORANZ CALLEJO](#)
- [PABLO MARTINEZ-LEGAZPI AGUILO](#)

## 7.METODOLOGÍA

Estudio de la teoría, realización de problemas de aplicación de los conceptos estudiados.

## 8.BIBLIOGRAFÍA BÁSICA

Comentarios y anexos:

Los principales libros de estudio son:

[1] M. R. Spiegel, Cálculo Superior, McGraw-Hill, 1993, ISBN: 970100065

[2] E. Oran Brigham, Fast Fourier Transform and Its Applications, Prentice Hall, 1988, ISBN-10: 0-13-307505-2

[3] R. C. Gonzalez and R. E. Woods, Digital. Image Processing, Prentice Hall, 2008 3rd Ed., ISBN: 9780131687288

El libro de Gonzalez y Woods es el principal libro de esta asignatura. Es una buena inversión a largo plazo, ya que también será de utilidad en las dos asignaturas sobre tratamiento de imágenes digitales del segundo curso del master.

En inglés existen 3 ediciones del libro y en castellano una, que es traducción de la primera edición inglesa. De todas estas ediciones el texto que recomendamos como bibliografía básica del curso es la tercera edición, este detalle es importante ya que hay diferencias sustanciales.

## 9.BIBLIOGRAFÍA COMPLEMENTARIA

Comentarios y anexos:

[4] S. R. Deans, The Radon Transform and Some of Its Applications, Dover 2007, ISBN: 0486462412

[5] Kak and Slaney, Principles of Computerized Tomographic Imaging

<http://www.slaney.org/pct/pct-toc.html>

[6] Forero, Procesamiento digital de imágenes. Disponible en la página web de la asignatura dentro de la plataforma alf.

Enlaces externos

Series y transformadas de Fourier en la universidad de Stanford:

<http://see.stanford.edu/see/courseinfo.aspx?coll=84d174c2-d74f-493d-92ae->

c3f45c0ee091

Página web del libro del Gonzalez y Woods, con abundante material adicional:

Digital Image Processing, 3rd Ed., Gonzalez and Wood:

<http://www.imageprocessingplace.com/>

## 10. RECURSOS DE APOYO AL ESTUDIO

En la página web de la asignatura, dentro de la plataforma alf, hay diverso material de apoyo para la asignatura, como problemas propuestos, notas adicionales para los conceptos matemáticos más abstractos relativos a desarrollos en serie de Fourier y wavelets y diversas presentaciones comentadas por los profesores de la asignatura.

## 11. TUTORIZACIÓN Y SEGUIMIENTO

Para resolver dudas y/o consultas pueden ponerse en contacto con cualquiera de los profesores de la asignatura, bien por correo electrónico, por FAX (91 398 7628) o telefónicamente (en este caso preferentemente los lunes de 4 a 8 de la tarde). También pueden dejar un mensaje en el contestador automático del departamento (91 398 7130).

Manuel Arias Zugasti

*E-mail:* [maz@dfmf.uned.es](mailto:maz@dfmf.uned.es)

*Teléfono:* 91 398 7127

*Horario:* principalmente Lunes: 16-20 h

Carlos Antoranz Callejo

*E-mail:* [jcantoranz@dfmf.uned.es](mailto:jcantoranz@dfmf.uned.es)

*Teléfono:* 91 398 7121

*Horario:* principalmente Lunes: 16-20 h

## 12. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

Los exámenes

Dado el carácter básico de esta asignatura, su calificación se basará principalmente en el resultado del examen. Esta claro que un tema de repaso general de matemáticas dentro de una asignatura cuatrimestral no puede reemplazar a tres años de estudio de asignaturas de matemáticas, por tanto entendemos que los alumnos de este máster tendrán niveles distintos de matemáticas dependiendo de cuáles hayan sido sus estudios previos, y la carga de matemáticas del examen de esta asignatura tendrá esto en cuenta.

## 13. COLABORADORES DOCENTES

Véase equipo docente.